HEINRICH-HERTZ-INSTITUT FÜR SCHWINGUNGSFORSCHUNG
BERLIN-CHARLOTTENBURG

Technischer Bericht Nr. 112

Die Bandbreite eines H_{01}-Wellenresonators, in dem mehrere Störwellentypen schwach gekoppelt sind

von

Dr.-Ing. B. Strebel

Berlin
1969

Technischer Bericht Nr. 112

Die Bandbreite eines H_{01} - Wellenresonators, in dem mehrere Störwellentypen schwach angekoppelt sind

Zusammenfassung

Es wird die Bandbreite eines H_{01}- Wellenresonators hergeleitet, in dem viele Wellentypen ausbreitungsfähig sind. Sie alle sind schwach mit der H_{01} - Welle und untereinander verkoppelt, so daß höhere Potenzen der Koppelfaktoren als die 2. Potenz vernachlässigt werden können.

Die Übertragungsfunktion wird aus dem Signalflußdiagramm für n Wellentypen abgeleitet und der Nenner durch seine Polstellen dargestellt, wobei für kleine Kopplungsfaktoren eine Näherungslösung möglich ist. Nach Partialbruchzerlegung der Übertragungsfunktion ergibt sich die übersichtliche Formel (43), mit der alle bei Messungen beobachteten Abweichungen von der idealen Kurvenform einer Bandbreiteveränderung erklärt werden können. Zur Erklärung einer Meßkurve in einer früheren Arbeit wird die hier aufgestellte Theorie herangezogen.

Heinrich-Hertz-Institut für Schwingungsforschung

Der Bearbeiter

Strebel

(Dr. B. Strebel)

Der Abteilungsleiter

(Prof. Dr. -Ing. F. W. Gundlach)

Der Institutsdirektor

(Prof. Dr. -Ing. L. Cremer)

Berlin-Charlottenburg, den 24. 6. 1969

Inhalt :

Die Bandbreite eines H_{01} - Wellenresonators, in dem mehrere Störwellentypen schwach angekoppelt sind.

1. Einleitung

Der betrachtete H_{01}-Wellenresonator ist das Kernstück eines Meßplatzes, in dem die verschiedensten H_{01}-Wellenbauelemente mit weitem Querschnitt auf ihre Ausbreitungseigenschaften hin untersucht werden können. So werden beispielsweise bei kurzen Hohlleiterstücken, Spiegeln und Wellentypfiltern die Dämpfung und Wellentypumwandlung gemessen. Das Verfahren gestattet die Bestimmung der Kopplungsfaktoren zwischen den einzelnen Störwellentypen und der H_{01} - Welle [1] [2].

Die zu diesem Meßverfahren entstandene Theorie setzt das Idealverhalten einer Störwellentypkopplung voraus, die darin besteht, daß der Energieaustausch zwischen den Störwellentypen vernachlässigt werden kann und in der Rechnung nur die Einzelverkopplungen jedes Störwellentyps mit dem Hauptwellentyp überlagert wird. In diesem Fall ergibt sich eine periodische Bandbreitenschwankung für jeden Störwellentyp, die mit der halben Schwebungsfrequenz des Resonators wiederkehrt.

Nun gibt es Fälle, in denen bei gewissen Frequenzen mehrere Wellentypen gleichzeitig mit der H_{01} - Welle in Resonanz sind oder in unmittelbarer Nähe der Resonanz.

Um auch diese Vorgänge rechnerisch zu erfassen wird in dieser Arbeit die Verkopplung der H_{01}-Welle mit beliebig vielen Störwellentypen behandelt, die ihrerseits miteinander in Wechselwirkung treten. Als wichtige Voraussetzung wird jedoch angenommen, daß nur die zweiten Potenzen der Kopplungsfaktoren berücksichtigt werden müssen.

2. Herleitung der Übertragungsfunktion

Der betrachtete Resonanzraum wird wellentypselektiv mit der H_{01} - Welle über

eine Viellochblende gespeist und hat ausgangsseitig eine Endplatte hoher Reflexion, an der mittels einer Abtastvorrichtung die Resonanzkurve gemessen werden kann. Über die Kopplungen werden folgende Annahmen gemacht:

1. Die Rückwärtsanregungen werden vernachlässigt
2. Der Resonatorquerschnitt sei außerhalb des Kopplungsbereiches konstant und im Ersatzbild durch ein Bündel von ungekoppelten Paralleldrahtleitungen darstellbar.
3. Die Wellentypen μ und ν sind an der Stelle $\underline{l}_{\mu\nu}$ verkoppelt.
4. Der Kopplungsfaktor $\underline{k}^{m}_{\mu\nu}$ ist genügend klein, so daß $\underline{k}_{\mu\nu}$ mit $m > 2$ vernachlässigbar ist.
5. Die Kopplung sei verlustlos.

Nach Bild 1 wird die Wellentypverkopplung an der Stelle $\underline{l}_{\mu\nu}$ durch ein Gleichungssystem beschrieben :

$$\begin{pmatrix} \underline{b}_{\mu E} \\ \underline{b}_{\mu A} \\ \underline{b}_{\nu E} \\ \underline{b}_{\nu A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \underline{A}_{01} & 0 & \underline{A}_{03} \\ \underline{A}_{01} & 0 & \underline{A}_{12} & 0 \\ 0 & \underline{A}_{12} & 0 & \underline{A}_{23} \\ \underline{A}_{03} & 0 & \underline{A}_{23} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{a}_{\mu E} \\ \underline{a}_{\mu A} \\ \underline{a}_{\nu E} \\ \underline{a}_{\nu A} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

darin bedeuten:

$\underline{a}_{\mu}$, $\underline{b}_{\mu}$ = zu - bzw. ablaufende Wellengrößen also auf die Wurzel des Wellenwiderstandes normierte Wellenamplituden.

E, A = Indizes von Ein- und Ausgang

$\underline{A}_{\lambda\sigma}$ = Streumatrixelemente

Bei Verlustlosigkeit der Koppelstelle wird die Streumatrix unitär und die einzelnen Matrixelemente genügen der Beziehung:

$$\sum_{\nu=0}^{3} \underline{A}_{\nu n} \cdot \underline{A}^{*}_{\nu m} = \begin{cases} 1 & m = n = 0; 1; 2; \cdots \\ 0 & m \neq n \end{cases} \tag{3}$$

Hieraus erhält man nach Einführung eines Koppelfaktors

$$\underline{A}^{2}_{01} = 1 - \underline{k}^{2}_{\mu\nu} \qquad \underline{A}_{01} \approx 1 - \frac{1}{2}\underline{k}^{2}_{\mu\nu} \tag{4}$$

$$\underline{A}^{2}_{23} = 1 - \underline{k}^{2}_{\mu\nu} \qquad \underline{A}_{23} \approx 1 - \frac{1}{2}\underline{k}^{2}_{\mu\nu} \tag{5}$$

$$\underline{A}_{12} = - \underline{k}_{\mu\nu} \tag{6}$$

$$\underline{A}_{03} = \underline{k}_{\mu\nu} \tag{7}$$

Dies ergibt dann das Signalflußdiagramm Bild 2 für die verlustlose Wellentypkopplung an der Stelle $1_{\mu\nu}$. Die Resonatorendplatten haben für die Wellentypen μ und ν die Reflexionsfaktoren $\underline{\Gamma}_{\mu E}$ und $\underline{\Gamma}_{\mu A}$ bzw. $\underline{\Gamma}_{\nu E}$ und $\underline{\Gamma}_{\nu A}$. Wegen der wellentypselektiven Speisung und Messung der Transmission durch die H_{01}-Welle, für die der Index 1 reserviert ist, kommen für $\mu = 1$ die Ein- und Auskoppelfaktoren $\underline{\Gamma}_{01}$ und $\underline{\Gamma}'_{01}$ an den Stellen x = 0 und x = 1 hinzu.

Die Übertragungsfunktion wird mit Hilfe der Pfad -Schleifenregel [3] berechnet. Sie lautet für die Verbindung zwischen den Toren s und q :

$$\underline{T}_{s,q} = \frac{\sum_{\mu} \left[\underline{P}_{\mu} \left(1 - \sum_{\nu,r} \underline{S}^{(1)}_{\nu,r} + \sum_{\nu,r} \underline{S}^{(2)}_{\nu,r} - + \cdots \right) \right]}{1 - \sum_{\nu} \underline{S}^{(1)}_{\nu} + \sum_{\nu} \underline{S}^{(2)}_{\nu} - + \cdots} \tag{8}$$

Dabei ist im Nenner über alle Schleifen $\underline{S}^{(n)}_{\nu}$ n-ter Ordnung zu nummerieren, im Zähler sind aber nur diejenigen $\underline{S}^{(n)}_{\nu,r}$ zu berücksichtigen, welche den vor der Klammer stehenden Pfad $\underline{P}_{\mu}$ nicht berühren.

Die Vernachlässigung der Glieder, deren $\underline{k}^{m}_{\mu\nu}$ ein m> 2 haben, bringt bei der Suche nach Schleifen und Pfaden eine wesentliche Vereinfachung. So wird z.B. bei einer Wellentypzahl n=3 die Zahl der Schleifen 1. Ordnung von 61 auf 15 reduziert. Die Pfade haben dann nur noch die Form:

$$\begin{aligned} \underline{P}_\nu &= \underline{\Gamma}_{01}\underline{\Gamma}'_{01}(-\underline{k}^2_{12})e^{-j(\gamma_1+2\gamma_\nu)\ell}\underline{\Gamma}_{\nu E}\underline{\Gamma}_{\nu A}(1-\underline{G}_\nu)(1-\frac{\underline{G}_1}{2}) \\ \underline{P}_1 &= \underline{\Gamma}_{01}\underline{\Gamma}'_{01}e^{-j\gamma_1\ell}(1-\frac{\underline{G}_1}{2}) \end{aligned} \tag{9}$$

Die Schleifen errechnen sich folgendermaßen:

1. Ordnung :

$$\begin{aligned} &1)\quad \underline{\Gamma}_{\nu E}\underline{\Gamma}_{\nu A}e^{-j2\gamma_\nu\ell}(1-\underline{G}_\nu) &&= \underline{S}^{(1)}_{1\nu} \\ &2)\quad \underline{\Gamma}_{\nu E}\underline{\Gamma}_{\mu A}\underline{k}^2_{\mu\nu}e^{-j2[\gamma_\nu\ell_{\mu\nu}+\gamma_\mu(\ell-\ell_{\mu\nu})]} &&= \underline{S}^{(1)}_{2\nu\mu} \quad \nu\neq\mu \\ &3)\quad \underline{\Gamma}_{\mu E}\cdot\underline{\Gamma}_{\nu A}\underline{k}^2_{\mu\nu}e^{-j2[\gamma_\nu(\ell-\ell_{\mu\nu})+\gamma_\mu\ell_{\mu\nu}]} &&= \underline{S}^{(1)}_{3\nu\mu} \quad \nu\neq\mu \\ &4)\quad \underline{\Gamma}_{\nu E}\underline{\Gamma}_{\nu A}\underline{\Gamma}_{\mu E}\underline{\Gamma}_{\mu A}(-\underline{k}^2_{\mu\nu})e^{-j2(\gamma_\nu+\gamma_\mu)\ell} &&= \underline{S}^{(1)}_{4\nu\mu} \quad \nu\neq\mu \\ &\underline{G}_\nu = \sum_{\mu=1;\,\mu\neq\nu}^{n}\underline{k}^2_{\mu\nu} && \text{(2 Stück)} \end{aligned} \tag{10}$$

2. Ordnung :

$$\begin{aligned} &1)\quad \underline{S}^{(1)}_{1\nu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{1\mu} &&= \underline{S}^{(2)}_{1\nu\mu} && \nu\neq\mu \\ &2)\quad \underline{S}^{(1)}_{1\nu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{2\eta\xi} &&= \underline{S}^{(2)}_{2\nu\eta\xi} && \nu\neq\eta\neq\xi \\ &3)\quad \underline{S}^{(1)}_{1\nu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{3\eta\xi} &&= \underline{S}^{(2)}_{3\nu\eta\xi} && \nu\neq\eta\neq\xi \\ &4)\quad \underline{S}^{(1)}_{1\nu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{4\eta\xi} &&= \underline{S}^{(2)}_{4\nu\eta\xi} && \nu\neq\eta\neq\xi \end{aligned} \tag{11}$$

3. Ordnung :

$$\begin{aligned} &1)\quad \underline{S}^{(1)}_{1\nu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{1\mu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{1K} &&= \underline{S}^{(3)}_{1\nu\mu K} && \nu\neq\mu\neq K \\ &2)\quad \underline{S}^{(1)}_{1\nu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{1\mu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{2\eta\xi} &&= \underline{S}^{(3)}_{2\nu\mu\eta\xi} && \nu\neq\mu\neq\eta\neq\xi \\ &3)\quad \underline{S}^{(1)}_{1\nu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{1\mu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{3\eta\xi} &&= \underline{S}^{(3)}_{3\nu\mu\eta\xi} && \nu\neq\mu\neq\eta\neq\xi \\ &4)\quad \underline{S}^{(1)}_{1\nu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{1\mu}\cdot\underline{S}^{(1)}_{4\eta\xi} &&= \underline{S}^{(3)}_{4\nu\mu\eta\xi} && \nu\neq\mu\neq\eta\neq\xi \end{aligned} \tag{12}$$

Das Bildungsgesetz für die Schleifen höherer Ordnung wird hieraus ersichtlich.

$\underline{G}_\nu$ beinhaltet den durch Wellentypkopplung auftretenden Verlust des Wellentyps ν auf der ganzen Resonatorlänge l .

Nach der Aufspaltung der komplexen Ausbreitungskonstante

$$\underline{\gamma}_\nu = \alpha_\nu + j\beta_\nu \tag{13}$$

läßt sich bei den Pfaden und Schleifen ein frequenzabhängiges Glied abtrennen:

$$\underline{P}_\nu = \underline{\Gamma}_{01}\underline{\Gamma}'_{01}(-\underline{k}^2_{1\nu})\, e^{-\alpha_1 \ell} \cdot e^{-j\beta_1 \ell} \cdot \varrho_\nu \cdot e^{-j2(\beta_\nu-\beta_1)\ell} \cdot \underline{z}^{-1}(1-\underline{G}_\nu)\left(1-\frac{\underline{G}_1}{2}\right) \tag{14}$$

$$\underline{P}_1 = \underline{\Gamma}_{01}\underline{\Gamma}'_{01}\, e^{-\alpha_1 \ell} \cdot e^{-j\beta_1 \ell}\left(1-\frac{\underline{G}_1}{2}\right)$$

$$\underline{S}^{(1)}_{1\nu} = \varrho_\nu\, e^{-j2(\beta_\nu-\beta_1)\ell} \cdot \underline{z}^{-1}(1-\underline{G}_\nu)$$

$$\underline{S}^{(1)}_{2\nu\mu} = \varrho_{\nu\mu}\, \underline{k}^2_{\mu\nu}\, e^{-j2(\beta_\nu-\beta_\mu)\ell_{\mu\nu}} \cdot e^{-j2(\beta_\mu-\beta_1)\ell} \cdot \underline{z}^{-1} \tag{15}$$

$$\underline{S}^{(1)}_{3\nu\mu} = \varrho_{\mu\nu}\, \underline{k}^2_{\mu\nu}\, e^{-j2(\beta_\mu-\beta_\nu)\ell_{\mu\nu}} \cdot e^{-j2(\beta_\nu-\beta_1)\ell} \cdot \underline{z}^{-1}$$

$$\underline{S}^{(1)}_{4\nu\mu} = \varrho_{\nu\mu}\varrho_{\mu\nu}(-\underline{k}^2_{\mu\nu})\, e^{-j2(\beta_\nu-\beta_1)\ell} \cdot e^{-j2(\beta_\mu-\beta_1)\ell} \cdot \underline{z}^{-2}$$

Darin bedeuten:

$$\varrho_\nu = |\underline{\Gamma}_{\nu E}| \cdot |\underline{\Gamma}_{\nu A}| \cdot e^{-2\alpha_\nu \ell}$$

$$\varrho_{\nu\mu} = |\underline{\Gamma}_{\nu E}| \cdot |\underline{\Gamma}_{\mu A}| \cdot e^{-2[(\alpha_\nu-\alpha_\mu)\ell_{\mu\nu}+\alpha_\mu \ell]} \tag{16}$$

$$\varrho_{\mu\nu} = |\underline{\Gamma}_{\mu E}| \cdot |\underline{\Gamma}_{\nu A}| \cdot e^{-2[(\alpha_\mu-\alpha_\nu)\ell_{\mu\nu}+\alpha_\nu \ell]}$$

$$\underline{z} = e^{+j2\beta_1 \ell} \tag{17}$$

Während $\underline{z}$ schnell mit der Frequenz variiert, ändern sich die Phasenglieder von der Art $e^{-j\,2\,(\beta_\nu - \beta_\mu)\,l}$ nur langsam je nach Schwebungswellenlänge der beteiligten Wellentypen. Weiterhin bedeutet:

$$\underline{\varrho}_\nu = \varrho_\nu\, e^{-j\,2(\beta_\nu - \beta_1)\ell} \cdot (1 - \underline{G}_\nu) \tag{18}$$

$$\underline{\varrho}_\nu\, \underline{\varrho}_\mu \cdot (-\underline{k}^2_{\mu\nu}) = \varrho_{\nu\mu}\, \varrho_{\mu\nu} \cdot e^{-j\,2(\beta_\nu - \beta_1)\ell} \cdot e^{-j\,2(\beta_\mu - \beta_1)\ell} \cdot (-\underline{k}^2_{\mu\nu})$$

$\underline{G}_\nu$ wird überall vernachlässigt, wo nur $\underline{k}^n_{\mu\nu}$ mit n> 2 entstehen.

Die Übertragungsfunktion des Resonators nimmt für n verkoppelte Wellentypen die Gestalt an:

$$\underline{T}(n) = \frac{\underline{Z}(n)}{\underline{N}(n)} \tag{19}$$

Ohne Beschränkung des Exponenten von $\underline{k}_{\mu\nu}$ wären $\underline{Z}(n)$ und $\underline{N}(n)$ sehr unübersichtliche Polynome von $\underline{z}$. Falls jedoch der Exponent von $\underline{k}_{\mu\nu}$ nicht größer als 2 zugelassen ist, entstehen Polynome vom Grade n.

Bei der Anwendung der Pfad- Schleifenregel ist darauf zu achten, daß keine Schleifen höherer Ordnung gebildet werden, die das Produkt von sich berührenden Schleifen 1. Ordnung darstellen. Es dürfen daher keine Produkte von Größen entstehen, die in irgendwelchen Indizes übereinstimmen.

Der Zähler von Gleichung (19) lautet:

$$\underline{Z}(n) = \underline{\Gamma}_{01}\underline{\Gamma}'_{01}\, e^{-\alpha_1 \ell} \cdot e^{-j\beta_1 \ell} \cdot \left(1 - \frac{G_1}{2}\right) \cdot \underline{R}_1(n)$$
$$+ \underline{\Gamma}_{01}\underline{\Gamma}'_{01}\, e^{-\alpha_1 \ell} \cdot e^{-j\beta_1 \ell} \cdot \underline{z}^{-1} \sum_{\tau=2}^{n} (-\underline{k}^2_{1\tau})\, \varrho_\tau \cdot \underline{R}_\tau(n) \left(1 - \frac{G_1}{2}\right) \tag{20}$$

Die Abkürzung $\underline{R}_\tau$ (n) berücksichtigt diejenigen Schleifen, die den Pfad 1 und den Pfad τ nicht berühren. $\underline{R}_\tau$ (n) ist also nur ein Spezialfall des Nenners $\underline{N}$ (n) und wird nach dessen Berechnung angegeben. Es wird außerdem folgende Abkürzung eingeführt:

$$g_{\mu\nu} = \varrho_{\mu\nu} \cdot e^{-j2(\beta_\mu - \beta_\nu)\ell_{\mu\nu}} \cdot e^{-j2(\beta_\mu - \beta_1)\ell} \tag{21}$$

Die Schleifen werden zur Nennerfunktion zusammengefaßt:

$$\begin{aligned}
\underline{N}(n) = 1 &- \underline{z}^{-1}\left\{ \sum_{\nu=1}^{n} \varrho_\nu + \sum_{\substack{\eta,\xi=1 \\ \eta\neq\xi}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\xi} \cdot g_{\eta\xi} \right\} \\
&+ \underline{z}^{-2}\left[\left\{ \sum_{\substack{\lambda=1 \\ \lambda>\nu \\ \lambda\neq\eta,\xi}}^{n} \varrho_\lambda \right\} \left\{ \sum_{\nu=1}^{n} \varrho_\nu + \sum_{\substack{\eta,\xi=1 \\ \eta\neq\xi}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\xi} g_{\eta\xi} \right\} \right. \\
&\qquad \left. + \sum_{\substack{\eta,\xi=1 \\ \eta\neq\xi}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\xi} \varrho_\eta \varrho_\xi \right] \\
&- \underline{z}^{-3}\left[\left\{ \sum_{\substack{\sigma=1 \\ \sigma>\lambda \\ \sigma\neq\eta,\xi}}^{n} \varrho_\sigma \right\} \left\{ \sum_{\substack{\lambda=1 \\ \lambda>\nu \\ \lambda\neq\eta,\xi}}^{n} \varrho_\lambda \right\} \left\{ \sum_{\nu=1}^{n} \varrho_\nu + \sum_{\substack{\eta,\xi=1 \\ \eta\neq\xi}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\xi} g_{\eta\xi} \right\} \right. \\
&\qquad \left. + \left\{ \sum_{\lambda\neq\eta,\xi}^{n} \varrho_\lambda \right\} \left\{ \sum_{\substack{\eta,\xi=1 \\ \eta\neq\xi}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\xi} \varrho_\eta \varrho_\xi \right\} \right] \\
&+ - \ldots
\end{aligned} \tag{22}$$

In Gleichung (22) soll $\lambda > \nu$ bedeuten, daß bei Ausführung der Multiplikation der Einzelglieder der Klammern nur Glieder mit $\lambda > \nu$ in Betracht kommen, während die anderen Glieder verschwinden. dann ist beispielsweise

$$\left\{ \sum_{\lambda > \nu}^{n} \xi_\lambda \right\} \left\{ \sum_{\nu=1}^{n} \xi_\nu \right\} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda,\nu=1}^{n} \xi_\lambda \cdot \xi_\nu \tag{23}$$

eine quadratische Form. Entsprechend en Gleichungen (8) und (22) wird

$$\underline{R}_\tau(n) = \underline{N}(n\,;\, \mu, \nu, \lambda, \sigma, \cdots \neq 1, \tau) \tag{24}$$

Durch die Einführung von Indexvariablen i läßt sich die Gleichung noch übersichtlicher schreiben:

$$\underline{N}(n) = 1 + \sum_{\sigma=1}^{n} (-1)^{\sigma} \underline{z}^{-\sigma} \left[\prod_{i=1}^{\sigma-1} \left\{ \sum_{\substack{\lambda_i=1 \\ \lambda_{i+1} > \lambda_i > \nu \\ \lambda_i \neq \eta, \zeta}}^{n} \xi_{\lambda_i} \right\} \left\{ \sum_{\nu=1}^{n} \xi_\nu + \sum_{\eta,\zeta=1}^{n} \underline{k}^2_{\eta\zeta} \xi_\eta \xi_\zeta \right\} \right.$$

$$\left. \prod_{i=1}^{\sigma} \left\{ \sum_{\substack{\lambda_i=1 \\ \lambda_{i+1} > \lambda_i \\ \lambda_i \neq \eta, \zeta}}^{n} \xi_{\lambda_i} \right\} \left\{ \sum_{\substack{\eta,\zeta=1 \\ \eta \neq \zeta}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\zeta} \xi_\eta \xi_\zeta \right\} \right] \tag{25}$$

Diese verallgemeinerte Übertragungsfunktion $\underline{T}$ (n) eines Resonators enthält also die Vereinfachung, daß nur die zweiten Potenzen von $\underline{k}_{\mu\nu}$ berücksichtigt werden. Damit ist jeder Wellentyp mit jedem anderen verkoppelt. Es ist aber die Beeinflussung eines Wellentyps von einem anderen im Umweg über einen dritten oder vierten Wellentyp vernachlässigt, was höhere Potenzen von $\underline{k}_{\mu\nu}$ zur Folge hätte. Die Gleichung für $\underline{T}$ (n) ist in dieser Form auch für wenige Wellentypen nur schwer vorstellbar, da die somit dargestellte Resonanzkurve durch eine Vielzahl von Parametern beeinflußt wird.

3. Die Polstellen der Übertragungsfunktion.

Für den Fall, daß der Querschnitt des Resonators groß gegen die Wellenlänge ist, liegen die Phasengeschwindigkeiten der Wellentypen dicht benachbart. Die Resonanzen der verschiedenen Wellentypen verschieben sich nur langsam gegeneinander in Abhängigkeit von der Frequenz. Innerhalb des schnalen Frequenzbereiches zwischen zwei Hauptwellentypresonanzen bleibt die Phasendifferenz nahezu konstant. Die Periodizität der Hauptresonanz (H_{01}-Welle) ist durch $\underline{z}$ festgelegt. Die Resonanz des Störtyps ν ist gegenüber der Hauptresonanz um den Phasenwinkel $2\,(\beta_\nu - \beta_1)\,l = \Psi_\nu$ verschoben $\underline{T}$ (n) hat gemäß der Anzahl der Wellentypen n Pole 1. Ordnung, in deren Umgebung $\underline{T}$ (n) eindeutig und analytisch ist.

Bei der Suche nach den Singularitäten von $\underline{T}$ (n) werden die Nullstellen von $\underline{N}$ (n) in Gleichung (25) benötigt. Dies ist eine Gleichung n-ter Ordnung, die im Allgemeinfall nicht gelöst werden kann, aber für verschwindendes $\underline{k}_{\mu\nu}$ durch

$$\underline{N}(n;\ k_{\mu\nu}=0) = \prod_{\nu=1}^{n} (\underline{z} - \varrho_\nu)\,\underline{z}^{-n} \tag{26}$$

darstellbar ist. Für kleine Parameter $\underline{\varepsilon}_\nu$ als Abweichung von der wirklichen Polstelle $\underline{z}_\nu$ läßt sich unter Vernachlässigung von $\underline{\varepsilon}_\nu^2$ eine gute Näherungslösung gewinnen. Man kann nämlich nach den Wurzelsätzen von Vieta einen Koeffizientenvergleich

anstellen. Zunächst wird der Nenner nach Gleichung (22) in eine hierfür günstige Form umgeschrieben:

$$\underline{N}(n) = \prod_{\nu=1}^{n} (\underline{z} - \varrho_\nu)\underline{z}^{-n}$$

$$- \underline{z}^{-1} \left\{ \sum_{\substack{\eta,\xi=1 \\ \eta\neq\xi}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\xi}\, \underline{g}_{\eta\xi} \right\}$$

$$+ \underline{z}^{-2} \left[\left\{ \sum_{\substack{\lambda=1 \\ \lambda\neq\eta,\xi}}^{n} \varrho_\lambda \right\} \left\{ \sum_{\substack{\eta,\xi \\ \eta\neq\xi}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\xi}\, \underline{g}_{\eta\xi} \right\} + \sum_{\substack{\eta,\xi=1 \\ \eta\neq\xi}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\xi} \varrho_\eta \varrho_\xi \right]$$

$$- + \ldots \tag{27}$$

Der Lösungsansatz lautet nun für die ν-te Postelle:

$$\underline{z}_\nu = \varrho_\nu + \underline{\varepsilon}_\nu \tag{28}$$

so daß für den Nenner auch geschrieben werden könnte:

$$\underline{N}(n) = \prod_{\nu=1}^{n} \left(\underline{z} - (\varrho_\nu + \underline{\varepsilon}_\nu) \right) \underline{z}^{-n} \tag{29}$$

Hieraus läßt sich ein Schema zum Koeffizientenvergleich ableiten:

$$\sum_{\nu=1}^{n} \underline{\varepsilon}_\nu = \sum_{\substack{\eta,\zeta=1 \\ \eta\neq\zeta}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\zeta}\, g_{\eta\zeta} = \underline{A}_1$$

$$\sum_{\substack{\nu,\mu=1 \\ \nu\neq\mu}}^{n} \underline{\varepsilon}_\nu \varrho_\mu = \sum_{\substack{\eta,\zeta=1 \\ \eta\neq\zeta}}^{n} \left[\underline{k}^2_{\eta\zeta}\, g_{\eta\zeta} \left\{ \sum_{\substack{\lambda=1 \\ \lambda\neq\eta,\zeta}}^{n} \varrho_\lambda \right\} + \underline{k}^2_{\eta\zeta} \varrho_\eta \varrho_\zeta \right] = \underline{A}_2$$

$$\frac{1}{2} \sum_{\substack{\nu,\mu,\tau=1 \\ \nu\neq\mu\neq\tau}}^{n} \underline{\varepsilon}_\nu \varrho_\mu \varrho_\tau = \sum_{\substack{\eta,\zeta=1 \\ \eta\neq\zeta}}^{n} \left[\underline{k}^2_{\eta\zeta}\, g_{\eta\zeta} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{\substack{\lambda,\sigma=1 \\ \lambda\neq\sigma \\ \lambda,\sigma\neq\eta,\zeta}}^{n} \varrho_\lambda \varrho_\sigma \right\} + \underline{k}^2_{\eta\zeta} \varrho_\eta \varrho_\zeta \left\{ \sum_{\substack{\lambda=1 \\ \lambda\neq\eta,\zeta}}^{n} \varrho_\lambda \right\} \right] = \underline{A}_3$$

$$\frac{1}{3} \sum_{\substack{\nu,\mu,\tau,\lambda=1 \\ \nu\neq\mu\neq\tau\neq\lambda}}^{n} \underline{\varepsilon}_\nu \varrho_\mu \varrho_\tau \varrho_\lambda = \sum_{\substack{\eta,\zeta=1 \\ \eta\neq\zeta}}^{n} \left[\underline{k}^2_{\eta\zeta}\, g_{\eta\zeta} \left\{ \frac{1}{3} \sum_{\substack{\lambda,\tau,\sigma=1 \\ \lambda\neq\tau\neq\sigma \\ \lambda,\tau,\sigma\neq\eta,\zeta}}^{n} \varrho_\lambda \varrho_\sigma \varrho_\tau \right\} + \underline{k}^2_{\eta\zeta} \varrho_\eta \varrho_\zeta \left\{ \frac{1}{2} \sum_{\substack{\lambda,\sigma=1 \\ \lambda\neq\sigma \\ \lambda,\sigma\neq\eta,\zeta}}^{n} \varrho_\lambda \varrho_\sigma \right\} \right] = \underline{A}_4$$

u. s. w.

Diese Folge hat n Glieder, deren letztes lautet:

$$\sum_{\nu=1}^{n} \underline{\varepsilon}_\nu \left\{ \prod_{\substack{\mu=1 \\ \mu\neq\nu}}^{n} \varrho_\mu \right\} = \sum_{\substack{\eta,\xi=1 \\ \eta\neq\xi}}^{n} \underline{k}^2_{\eta\xi} \left\{ \prod_{\sigma=1}^{n} \varrho_\sigma \right\} = \underline{A}_n \tag{30}$$

Es ist dies ein lineares inhomogenes Gleichungssystem für die $\underline{\varepsilon}_\nu$.
Seine Koeffizientendeterminante berechnet sich zu :

$$\mathrm{Det}(\underline{\varepsilon}) = \prod_{\substack{\mu,\nu=1 \\ \mu\neq\nu}}^{n} (\varrho_\mu - \varrho_\nu) \tag{31}$$

Die anderen Determinanten ergeben:

$$\mathrm{Det}(\underline{\varepsilon}_\nu) = \left\{ \sum_{\lambda=1}^{n} \underline{A}_\lambda \varrho_\nu^{n-\lambda} (-1)^{n-\lambda} \right\} \left\{ \prod_{\substack{\mu,\sigma=1 \\ \mu\neq\sigma \\ \mu,\sigma\neq\lambda}}^{n} (\varrho_\mu - \varrho_\sigma) \right\}$$

$$= \varrho_\nu \left\{ \sum_{\substack{\mu=1 \\ \mu\neq\nu}}^{n} \frac{\underline{k}^2_{\mu\nu} (\varrho_{\mu\nu} + \varrho_{\nu\mu} - 2\varrho_\mu)}{\varrho_\nu - \varrho_\mu} \right\} \left\{ \prod_{\substack{\mu,\sigma=1 \\ \mu\neq\sigma}}^{n} (\varrho_\mu - \varrho_\nu) \right\} \tag{32}$$

Die Lösung des Gleichungssystems lautet somit:

$$\underline{\varepsilon}_\nu = \varrho_\nu \left\{ \sum_{\mu=1}^{n} \frac{\underline{k}^2_{\mu\nu} (g_{\mu\nu} + g_{\nu\mu} - 2\varrho_\mu)}{\varrho_\nu - \varrho_\mu} \right\} \tag{33}$$

Der Nenner erhält dann die Gestalt:

$$\underline{N}(n) = \underline{z}^{-n} \prod_{\nu=1}^{n} \left[\underline{z} - \varrho_\nu \left\{ 1 + \sum_{\mu=1}^{n} \frac{\underline{k}^2_{\mu\nu} (g_{\mu\nu} + g_{\nu\mu} - 2\varrho_\mu)}{\varrho_\nu - \varrho_\mu} \right\} \right] \tag{34}$$

Hier muß nun Gleichung (18) eingesetzt werden und man bekommt nach Zwischenrechnung:

$$\underline{N}(n) = \underline{z}^{-n} \prod_{\nu=1}^{n} \left[\underline{z} - \varrho_\nu e^{-j2(\beta_\nu - \beta_1)\ell} \left(1 - \sum_{\mu=1}^{n} \underline{k}^2_{\mu\nu} \frac{\left(\varrho_\nu - \varrho_{\mu\nu} e^{-j2(\beta_\mu - \beta_\nu)\ell_{\mu\nu}}\right) e^{-j2(\beta_\nu - \beta_1)\ell} + \left(\varrho_\mu - \varrho_{\nu\mu} e^{-j2(\beta_\nu - \beta_\mu)\ell_{\mu\nu}}\right) e^{-j2(\beta_\mu - \beta_1)\ell}}{\varrho_\nu e^{-j2(\beta_\nu - \beta_1)\ell} - \varrho_\mu e^{-j2(\beta_\mu - \beta_1)\ell}} \right) \right] \tag{35}$$

Dies ist der Allgemeinfall für n Wellentypen, der in [1] für n = 2 hergeleitet wurde. In Gleichung (35) ist der Nenner durch seine Nullstellen erklärt.

4. Die Partialbruchzerlegung der Übertragungsfunktion

Die Bandbreite der Durchlaßkurve ist charakterisiert durch das Frequenzverhalten in der Nähe der Nullstelle des Nenners. Da $\underline{T}$ (n, $\underline{z}$), meromorph ist, kann eine Partialbruchzerlegung mit Hilfe der Residuen der Funktion vorgenommen werden. Meromorph ist $\underline{T}$ (n, $\underline{z}$), wenn $\underline{T}$ (n, $\underline{z}$) eine bis auf isolierte singuläre Punkte, welche Pole der Funktion sind, in der ganzen Ebene von $\underline{z}$ reguläre und eindeutige Funktion ist. $\underline{T}$ (n, $\underline{z}$) ist dann durch eine einfache Reihe darstellbar, deren Glieder die Hauptteile sind [4] :

$$\underline{T}(n,\underline{z}) = \underline{T}(n,0) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \frac{\operatorname{Res} \underline{T}(n,\underline{z})\Big|_{\underline{z}_\nu}}{\underline{z} - \underline{z}_\nu} + \frac{\operatorname{Res} \underline{T}(n,\underline{z})\Big|_{\underline{z}_\nu}}{\underline{z}_\nu} \right\} \tag{36}$$

Die Residuen lauten :

$$\operatorname{Res} \underline{T}(n,\underline{z})\Big|_{\underline{z}_\nu} = \lim_{\underline{z} \to \underline{z}_\nu} \underline{T}(n,\underline{z})(\underline{z} - \underline{z}_\nu) = \underline{d}_\nu$$

$$\underline{d}_\nu = \lim_{\underline{z} \to \underline{z}_\nu} \left\{ \frac{\underline{Z}(n,\underline{z})\, \underline{z}^n}{\prod\limits_{\substack{\lambda=1 \\ \nu \neq \lambda}}^{n} (\underline{z} - \underline{z}_\lambda)} \right\} = \frac{\underline{Z}(n,\underline{z}) \cdot \underline{z}_\nu^n}{\prod\limits_{\substack{\lambda=1 \\ \nu \neq \lambda}}^{n} (\underline{z}_\nu - \underline{z}_\lambda)} \tag{37}$$

Mit $\underline{T}$ (n, 0) = 0 erhält man als Reihenausdruck:

$$\underline{T}(n,\underline{z}) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\underline{d}_\nu}{\underline{z} - \underline{z}_\nu} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\underline{d}_\nu e^{-j2\beta_1 \ell}}{1 - \underline{z}_\nu e^{-j2\beta_1 \ell}} \tag{38}$$

Gleichung (38) ist ein Ausdruck für die Überlagerung von ν verschiedenen Resonanzkurven, die alle zur Durchlaßkurve $\underline{T}$ (n, $\underline{z}$) superponiert werden.

5. Die Bandbreite der Durchlaßkurve

Die Veränderung der Resonanzbandbreite ist das wichtigste Kriterium für die Wellentypverkopplung in einem Resonator. Da nun $\underline{d}_\nu$ nur langsam mit der Frequenz variiert, kann mit guter Näherung für die Bandbreite der Resonanz des Wellentyps ν geschrieben werden:

$$\delta_\nu = 2\left(1 - |\underline{z}_\nu|\right) \tag{39}$$

Der Ausdruck für $\underline{z}_\nu$ kann der Gleichung (35) entnommen werden.
Es werden zu diesem Zweck sehr kleine Größen η_ν eingeführt mit der Bedeutung:

$$\varrho_{\mu\nu} = \varrho_\nu - \eta_\nu \quad ; \quad \varrho_{\nu\mu} = \varrho_\mu - \eta_\mu$$

so daß sich eine übersichtliche Gleichung ergibt:

$$\delta_\nu = 2\left[1 - \varrho_\nu \left|\left(1 - \sum_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq\nu}}^{n} \underline{k}_{\mu\nu}^2 \left\{ \frac{\varrho_\nu\left(1 - e^{-j2(\beta_\mu-\beta_\nu)\ell_{\mu\nu}}\right) + \varrho_\mu\left(1 - e^{-j2(\beta_\nu-\beta_\mu)\ell_{\mu\nu}}\right) e^{-j2(\beta_\mu-\beta_\nu)\ell}}{\varrho_\nu - \varrho_\mu e^{-j2(\beta_\mu-\beta_\nu)\ell}} + \frac{\eta_\nu e^{-j2(\beta_\mu-\beta_\nu)\ell_{\mu\nu}} + \eta_\mu e^{-j2(\beta_\nu-\beta_\mu)\ell_{\mu\nu}} \cdot e^{-j2(\beta_\mu-\beta_\nu)\ell}}{\varrho_\nu - \varrho_\mu e^{-j2(\beta_\mu-\beta_\nu)\ell}} \right\}\right)\right|\right] \tag{40}$$

oder mit den Phasenwinkeln :

$$\psi_{1\mu\nu} = 2(\beta_\mu - \beta_\nu)\ell$$
$$\psi_{2\mu\nu} = 2(\beta_\mu - \beta_\nu)\ell_{\mu\nu} \tag{41}$$

Wird aus Gleichung (40) :

$$\delta_\nu = 2\left[1 - \rho_\nu \left\| \left(1 - \sum_{\substack{\mu=1\\ \mu=\nu}}^{n} \underline{k}^2_{\mu\nu} \frac{\rho_\nu\left(1-e^{-j\psi_{2\mu\nu}}\right) + \rho_\mu e^{-j\psi_{1\mu\nu}}\left(1-e^{+j\psi_{2\mu\nu}}\right) + \eta_\nu e^{-j\psi_{2\mu\nu}} + \eta_\mu e^{+j\psi_{2\mu\nu}} \cdot e^{-j\psi_{1\mu\nu}}}{\rho_\nu - \rho_\mu e^{-j\psi_{1\mu\nu}}}\right)\right\|\right] \tag{42}$$

Hieraus folgt wieder unmittelbar für n = 2 die in [1] abgeleitete Beziehung.
Aus der Formel (42) kann die wichtige Erkenntnis gewonnen werden, daß die Bandbreite der Resonanz eines Wellentyps ν allein durch die Kopplung mit dem Wellentyp μ beeinflußt wird. Bei Berücksichtigung von $\underline{k}^m_{\mu\nu}$ mit ≤ 2 verschwindet der Einfluß der gegenseitigen Kopplung zweier Wellentypen μ_1 und μ_2 auf die Bandbreite des Wellentyps ν.
Für einen H_{01}- Wellenresonator, der aus Kreisquerschnitten mit großem Durchmesser besteht muß die Differenz von ρ_ν und ρ_μ dem Betrage nach eine kleine Zahl sein. Dies bedingt in der Gegend der gleichzeitigen Resonanz der Typen μ und ν eine Resonanzüberhöhung des μ-ten Gliedes der Summe. Dadurch trift das entsprechende Summenglied gegenüber der am Anfang der runden Klammer stehenden 1 in Erscheinung. In einiger Entfernung von der gleichzeitigen Resonanz ist dieses Glied μ wieder gegenüber der 1 bedeutungslos.
Mit Hilfe von Gleichung (42) sind sämtliche bei den Messungen beobachteten Erscheinungen der Resonatorbandbreitenveränderungen zu erklären. Bild 3 zeigt qualitativ die verschiedenen Kurven der Bandbreitenveränderung bei drei miteinander verkoppelten Wellentypen und Bild 4 gibt die zugehörigen Zeigerdiagramme an. Gleichung (42) kann

zu diesem Zweck in verkürzter Form geschrieben werden:

$$\delta_\nu = 2\left[1 - \varrho_\nu \left| \left(1 - \sum_{\substack{\mu=1 \\ \mu\neq\nu}}^{n} \underline{k}^2_{\mu\nu} \frac{\underline{D}_{\mu\nu}}{\varrho_\nu - \varrho_\mu e^{-j\Psi_{1\mu\nu}}}\right)\right|\right] \tag{43}$$

Hier hat man sich $\underline{k}^2_{\mu\nu}$ $\underline{D}_{\mu\nu}$ als Zeiger zu denken, die im schmalen Frequenzbereich der Bandbreite unverändert bleiben, während durch den jeweiligen Nenner die Resonanzüberhöhung gegeben ist. Der Einfachheit wegen ist die Resonanz von $\mu = 1$ gesetzt, wobei Wellentyp 2 mit Wellentyp ν die kürzere Schwebungswellenlänge von beiden hat.

Die einzelnen Summenglieder sind gegenüber der 1 in der runden Klammer außerordentlich klein, so daß in das Zeigerdiagramm nur die Summenglieder eingezeichnet werden. Beide Zeiger mögen sich gleichsinnig drehen. Parameter der Kurven ist der Phasenwinkel von $\underline{k}^2_{2\mu} \cdot \underline{D}_{2\mu}$. Die Fälle sind folgendermaßen gewählt:

a) Bei $\Psi_{12}\nu = k \cdot \pi$ ist $\underline{S}_{res} = \underline{S}_1$
$\underline{S}_{res}$ eilt $\underline{S}_1$ nach.

b) Bei $\Psi_{12}\nu = k\pi$ ist $\underline{S}_{res} = S_1$

$\underline{S}_{res}$ eilt $\underline{S}_1$ vor.

c) Bei $\Psi_{12\nu} = k\pi$ haben $\underline{S}_1$, $\underline{S}_2$ und $\underline{S}_{res}$ dieselbe Richtung

d) Bei $\Psi_{12\nu} = k \cdot \pi$ haben $\underline{S}_1$ und $\underline{S}_2$ entgegengesetzte Richtung.

$$\underline{S}_1 = \frac{\underline{k}^2_{1\nu}\, \underline{D}_{1\nu}}{\varrho_\nu - \varrho_1 e^{-j\Psi_{11\nu}}} \tag{44}$$

$$\underline{S}_2 = \frac{\underline{k}^2_{2\nu}\, \underline{D}_{2\nu}}{\varrho_\nu - \varrho_2 e^{-j\Psi_{12\nu}}} \tag{45}$$

$$\underline{S}_{res} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2$$

Die bei den Messungen auftretenden Fälle sind im allgemeinen Mischtypen der Fälle a) bis d) oder die $\Psi_{1\mu\nu} = 0$ haben eine größere bzw. kleinere Entfernung.

So können durch mehrere Wellentypen nach Gleichung (42) beliebig komplizierte Verzerrungen der Bandbreite δ_ν in Abhängigkeit von der Frequenz entstehen, die jedoch der Einschränkung unterliegen, daß sich μ und ν im Resonator wiederholt.

Nicht zu vernachlässigen ist auch der Einfluß der Ortskoordinate $l_{\mu\nu}$ der Koppelstelle, der eine periodische Schwankung der Zeigerlängen in Abhängigkeit von der Schwebungswellenlänge bewirkt und nur verschwindet, wenn die Kopplung an den Resonatorende auftritt.

Aus Bild 4 ist zu erkennen, daß $\underline{S}_2$ in der Reihenfolge der Fälle a), c), b) , d) sich im Uhrzeigersinn weiterdreht.

6. Messungen an einem Querschnittsübergang

In einer experimentellen Arbeit [5] wurde die Bandbreite eines H_{01}-Wellenresonators in Abhängigkeit von der Frequenz ausgemessen, in den als Meßobjekt der Übergang zwischen den Durchmessern 8 mm und 50 mm hineingebracht wurde. Der wesentliche Teil des Hohlleiteraufbaus ist in Bild 5 anzusehen. Über eine Viellochblende wird wellentypselektiv die H_{01}-Welle eingespeist in einen Hohlleiter von 8 mm Durchmesser, der sich nach dem Übergang auf 50 mm Durchmesser erweitert. Die Resonanzkurven werden mit einer Auskoppelvorrichtung gemessen, die eine Abtastung der Magnetischen Oberflächenfeldstärke gestattet. Hiermit ist auch eine Analyse der im Resonator vorhandenen Wellentypen möglich.

In Bild 6 ist die Bandbreite des Resonators in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt. Sie zeigt im wesentlichen die Kopplung von H_{01} und H_{02}-Welle, die ihrerseits durch die Entartung einen kleinen Anteil E_{11}- und E_{12} - Welle enthalten, der durch das Filter noch nicht gänzlich weggedämpft wird. Diese Kopplung ist aus der periodischen Bandbreiteschwankung zu ersehen.

An den durch Pfeile gekennzeichneten Stellen tritt eine Wellentypverkopplung mit der H_{12} - Welle auf, die durch Abtastung der magnetischen Oberflächenfeldstärke an der

Endplatte identifiziert wurde. In Bild 6 sind die Stellen außerdem durch römische Ziffern bezeichnet, so daß man daraus folgende Fälle des Bildes 3 erkennen kann:

I : nicht ablesbar

II : Fall a

III : Fall d

VI : Fall b

V : Fall c

Dies bedeutet, daß sich $\underline{S}_2$ der H_{12} - Wellebei Annäherung an die gleichzeitige Resonanz von H_{01} und H_{02} gegen den Uhrzeigersinn von II nach V gedreht hat.

Der hier gezeigte Fall erscheint nicht immer so deutlich, weil selten eine Bandbreitenvergrößerung so ausgeprägt ist, wie die von H_{01} und H_{02} - Welle.

7. Literatur

[1] B. Strebel " Resonanzverfahren zur Wellentypanalyse im Hohlleiter "
Dissertation TU Berlin 1966

[2] B. Strebel " Ein Resonanzmeßverfahren für H_{01}-Vielwellentyphohlleiter "
Nachrichtentechnische Zeitschrift
1968 Heft 4 Seite 211

[3] A. Fiebig Lineare Signalflußdiagramme
Archiv für elektrische Übertragung
1961 Seite 285

[4] W. I. Smirnow Lehrgang der höheren Mathematik
Teil III, 2 Kapitel III " Anwendung der Residuentheorie.

[5] B. Stöcklein Studienarbeit am Lehrstuhl und Institut für Hochfrequenztechnik der TU Berlin Nr. 448

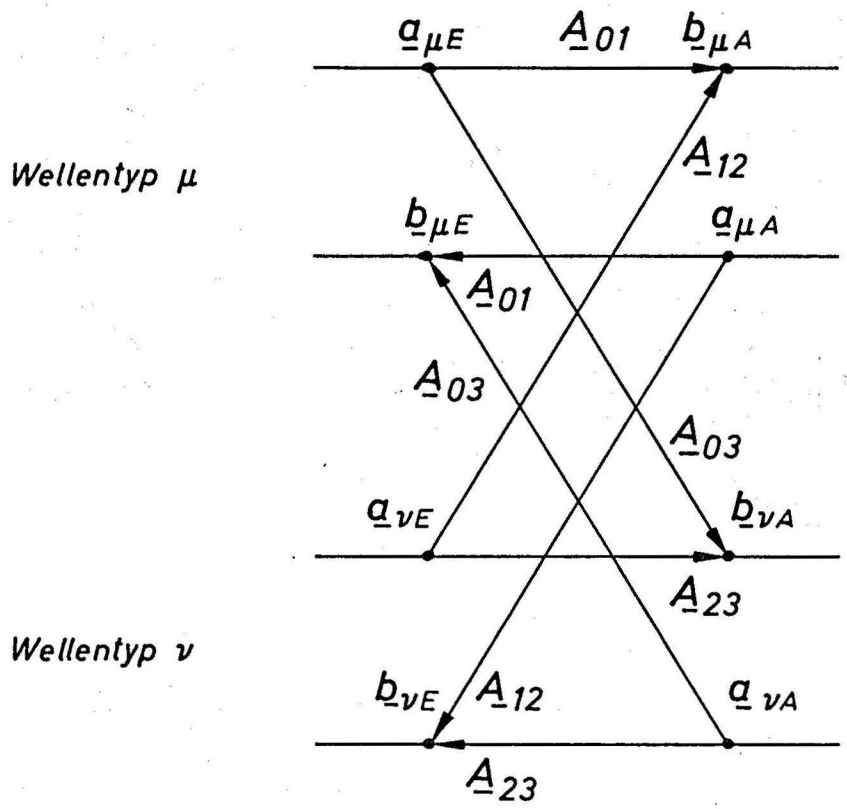


Bild 1: Signalflußdiagramm für eine Koppelstelle $\mu\nu$

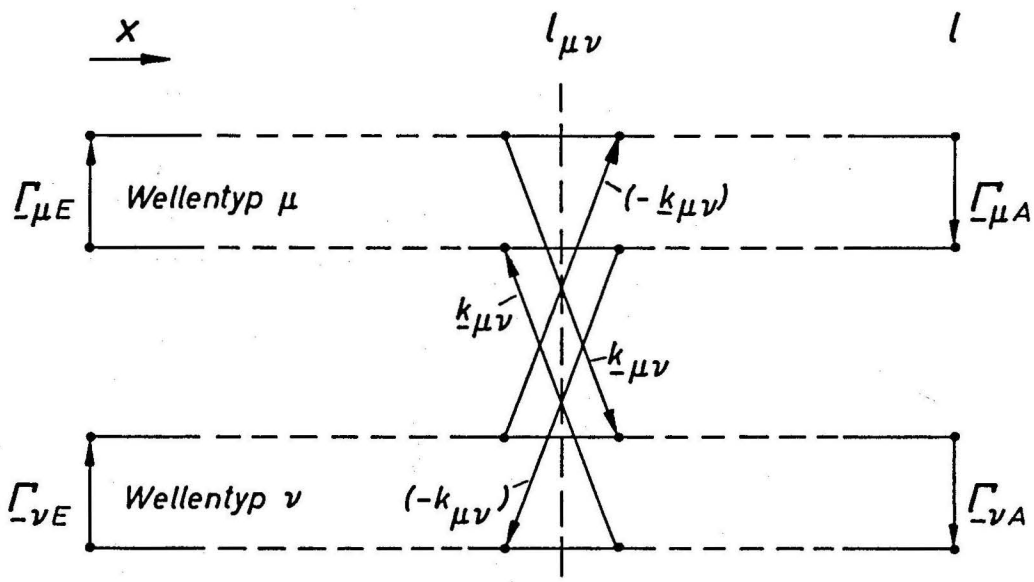
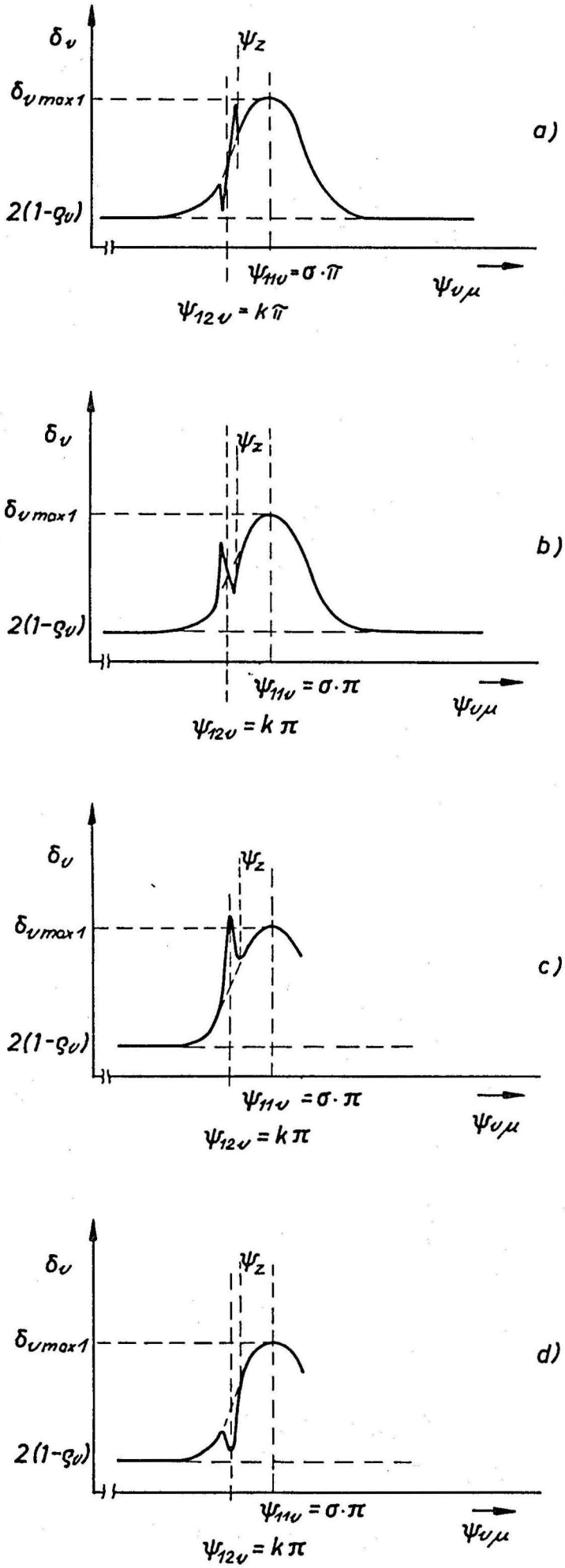


Bild 2: Signalflußdiagramm für die verlustlose Verkoppelung der Wellentypen μ und ν im Resonator



$$\delta_{\nu max1} = 2\left\{1-\varrho_\nu\left|\left(1-\frac{\underline{k}_{1\nu}\,\underline{D}_{1\nu}}{\varrho_\nu-\varrho_1}\right)\right|\right\}$$

$$\psi_z = \psi_{11\nu}\left(\delta_\nu = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\delta_{\nu max1}\right)$$

Bild 3:

Bandbreitenschwenkung bei drei überlagerten Wellentypen

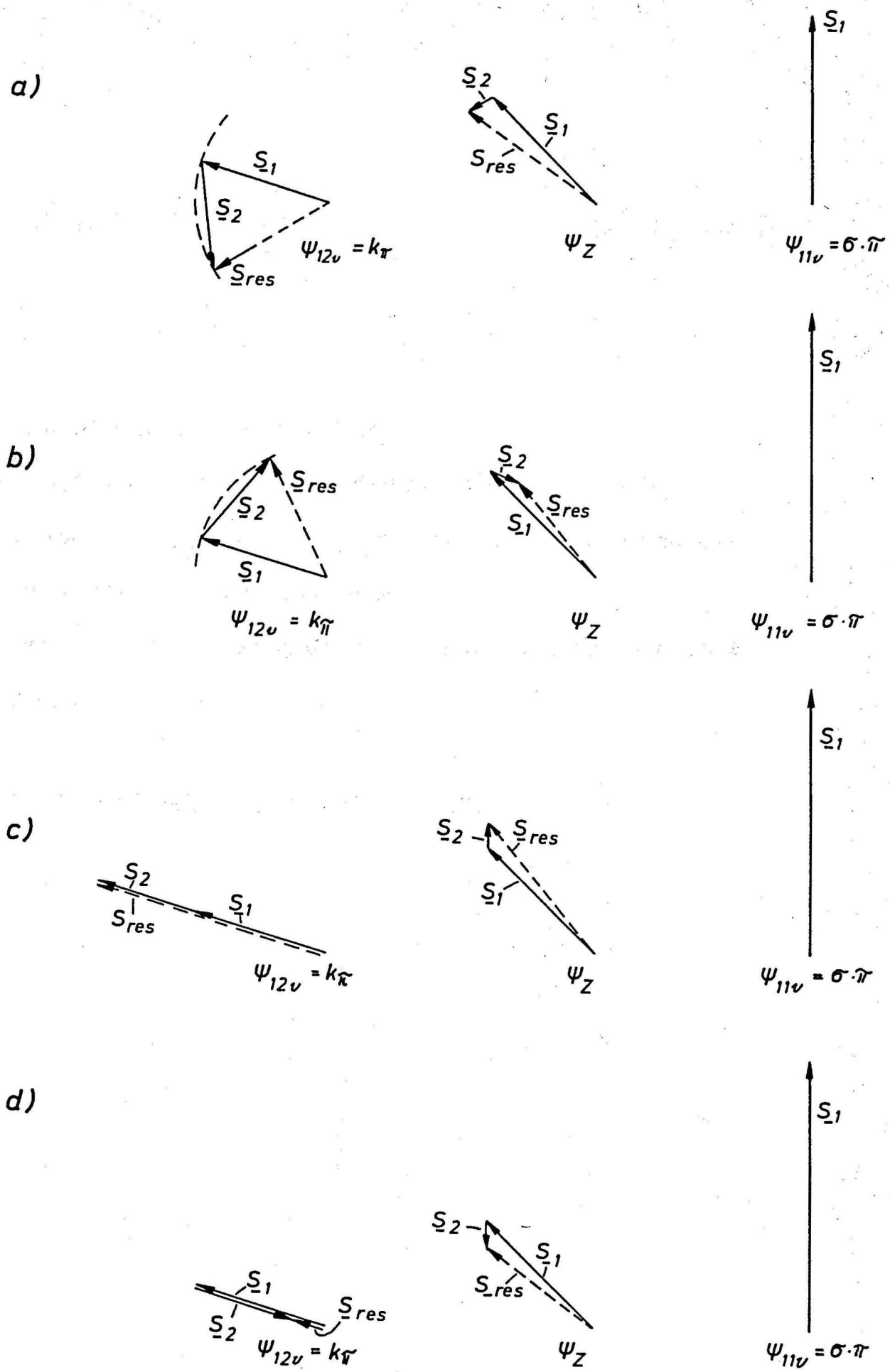
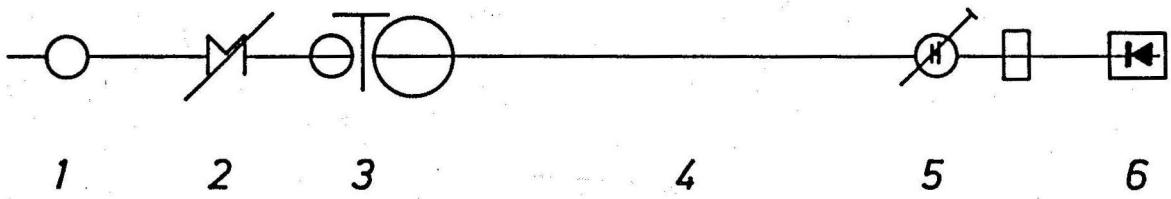


Bild 4: Zeigerdiagramme bei drei überlagerten Wellentypen.



1 = Viellochblende (Resonatoranfang $x = 0$)

2 = Wellentypfilter, dämpft alle Wellentypen außer H_{01} und H_{02}

3 = Querschnittsübergang (Meßobjekt) 8 mm auf 50 mm Durchmesser

4 = Kreishohlleiter 50 mm Durchmesser

5 = Vorrichtung zur Abtastung der magnetischen Oberflächenfeldstärke

6 = Gleichrichtermeßkopf

Bild 5: Resonatoranordnung im Meßaufbau

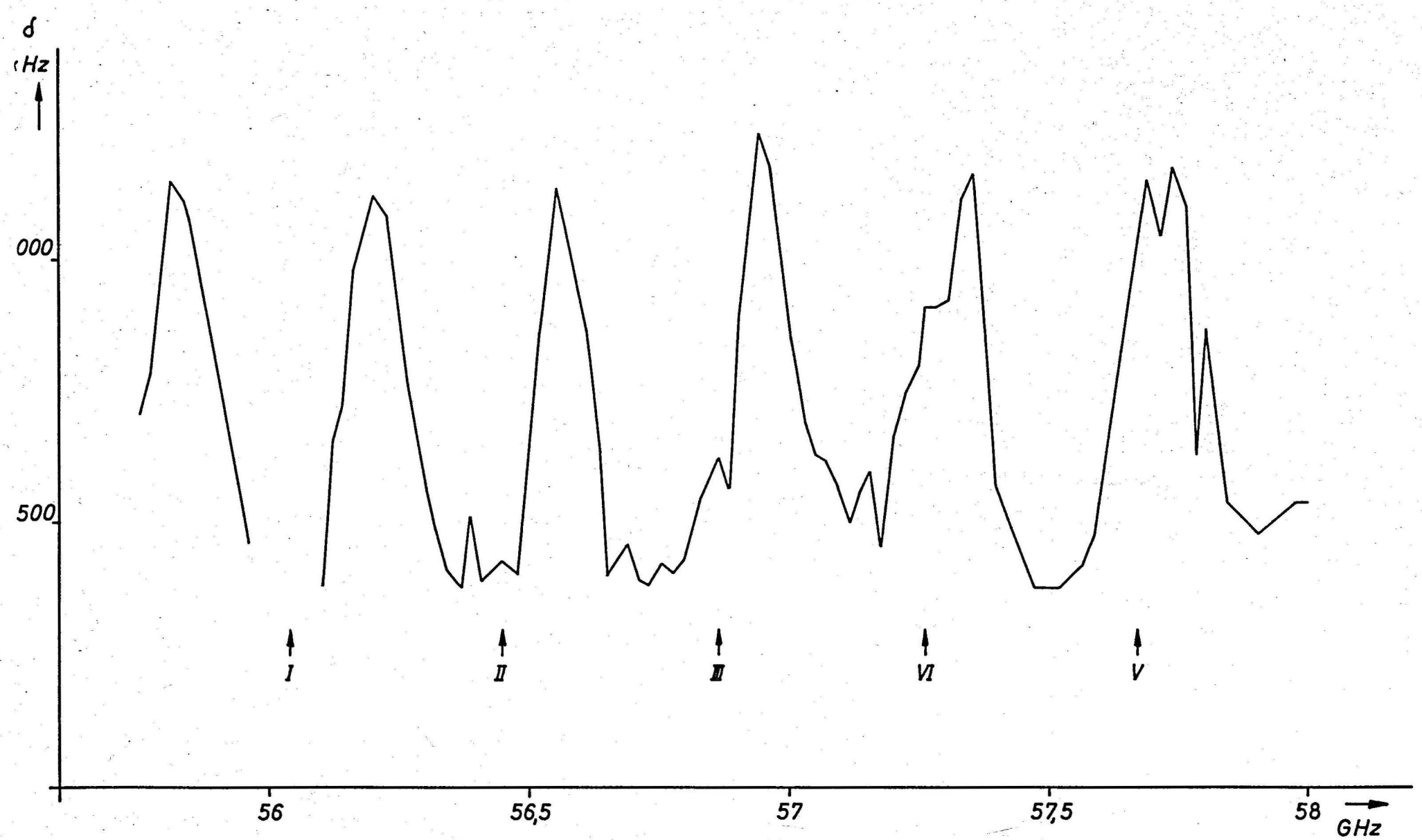


Bild 6: Bandbreite eines Resonators mit Querschnittsübergang